

Bac 2018
Épreuve de mathématiques
Série STI2D

Exercice 1 : QCM (4 points).

Question 1 : réponse **B**.

Question 2 : réponse **C**.

Question 3 : réponse **A**.

Question 4 : réponse **D**.

Exercice 2 : (6 points).

Partie A.

- 1) $240 \times 0.98 = \mathbf{274,4}$ (diminuer une quantité de 2 % revient à la multiplier par $1 - 2/100$ soit par **0.98**).
- 2) **Non**, car $280 \times 0.98 \times 0.98$ est différent de 280×0.96 .
- 3) On trouve **8** semaines soit en calculant les différentes valeurs successives soit en utilisant les logarithmes pour résoudre l'inéquation :
 $280 \times 0,98^n < 240$.

Partie B.

- 1) Comme $u_0 = 280$ alors $u_1 = 280 \times 0.98 + 5 = 279,4$
Ainsi $u_2 = 279,4 \times 0.98 + 5 = \mathbf{278,812}$.
- 2) L'explication du nombre **0.98** a déjà été donnée et le fait d'ajouter **5** litres revient à additionner 5 à la formule donnant la diminution hebdomadaire de 2 %.
- 3) Comme $u_0 = 280$, $u_1 = 279,4$ et $u_2 = 278,812$ on constate que les rapports u_1/u_0 et u_2/u_1 sont différents donc la suite n'est pas géométrique (il n'y a pas de coefficient de proportionnalité constant entre les différents termes de la suite).
- 4) a) Les deux lignes complétées sont :
Pour k allant de 1 à **6**
 $U \leftarrow \mathbf{0.98xU + 5}$.
b) au bout de 6 semaines il y aura environ **276,58** litres d'eau (par calculs successifs semaine par semaine).
- 5) a) $v_0 = u_0 - 250 = \mathbf{30}$.
b) Comme (v_n) est une suite géométrique de raison 0.98
on a $\mathbf{v_n = 30 \times 0.98^n}$ pour tout entier naturel n .
c) Puisque $u_n = v_n + 250$ on a bien $\mathbf{u_n = 250 + 30 \times 0.98^n}$.
d) Dans cette dernière formule 30 et 0.98 sont positifs donc $\mathbf{u_n > 250}$ et ainsi la préconisation est respectée.

Exercice 3 : (6 points).

Partie A.

- 1) Si $D = 10$ et $P = 2,6$ alors $\mathbf{N = 95}$ arrondi à l'unité.
- 2) Pour obtenir la valeur de P il suffit de résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}84 &= 120 + 4\ln(P/1300) \\ \text{soit } -36 &= 4\ln(P/1300) \\ \text{donc } \ln(P/1300) &= -9 \\ \text{Ainsi } P/1300 &= e^{-9} \text{ et } P = 1300 x e^{-9} \text{ soit } \mathbf{P = 0.16} \text{ à } 0.01 \text{ près.}\end{aligned}$$

Partie B.

1)a) Il faut utiliser les règles : $\ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b)$ et $\ln(a^2) = 2\ln(a)$
où a et b sont des réels strictement positifs.

Ainsi $N = 120 + 4\ln(0.026/(13D^2))$ devient $N = 120 + 4\ln(0.002/D^2)$

Puis $N = 120 + 4\ln(0.002) - 4\ln(D^2)$ qui donne bien

$N = 120 + 4\ln(0.002) - 8\ln(D)$.

b) Comme $120 + 4\ln(0.002)$ vaut environ 95,14 une approximation de N peut être **$95,14 - 8\ln(D)$.**

2)a) **$f'(x) = -8/x$** car « la dérivée de $\ln(x)$ est $1/x$ »

b) x appartenant à l'intervalle $[0,1 ; 20]$, x est positif et **$f'(x)$ est négatif.**

c) La fonction **f est donc décroissante** sur l'intervalle $[0,1 ; 20]$.

3) Un simple calcul montre que **$f(3) = 86,35$** à 0.01 près et le tableau nous indique un risque faible donc les protections sont obligatoires.

4) La résolution de l'inéquation : $95,14 - 8\ln(x) < 90$ donne $-8\ln(x) < 5,14$

Soit $\ln(x) > 0.6425$ et $x > e^{0.6425}$ soit environ **1,90** mètres.

Partie C.

1) Par lecture graphique (en traçant un trait « vertical » passant par $P = 0,06$ et en lisant les intersections avec les courbes de $N = 90$ et de $N = 85$) on obtient **une distance comprise entre 2,8 et 5,4** mètres environ.

2) Par lecture graphique (en traçant un trait « horizontal » passant par $D=8$ et en lisant les intersections avec les courbes de $N = 74,9$ et de $N = 79,8$) on obtient **une puissance comprise entre 0,01 et 0,036** Watts environ.

Exercice 4 : (4 points).

Partie A.

1) Une calculatrice donne $P(1500 \leq X \leq 2500) = \mathbf{0,9545}$.

2) De la même façon on a $P(X \geq 2500) = \mathbf{0,7475}$.

3)a) $P(X \leq 3950) = 0.8974$; **$P(X \leq 3960) = 0,8997$; $P(X \leq 3970) = 0.9021$.**

b) En affinant on trouve $P(X \leq \mathbf{3962}) = 0,90$.

c) En augmentant de 15 % ce prix on trouve **4556** euros environ.

Partie B.

1) Comme $123/984 = 0,125$ et en prenant $f = 0,125$ et $n = 984$ on obtient (à l'aide des formules données) comme intervalle de confiance de la proportion de personnes favorables à l'achat, au niveau de confiance 95 %, **l'intervalle $[0,1043 ; 0,1457]$.**

2) **L'industriel n'a donc pas intérêt à réaliser son projet** car les 20 % (soit $p = 0,2$) escomptés ne font pas partie de l'intervalle trouvé précédemment.